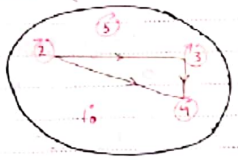
3

ليست تناظرية
ليست انعكاسية
متضادية
متعدية

2020 / 10 / 15 المحاضرة الثانية

أمثلة: A = {2, 5, 3, 9, 10} في المجموعة العلاقة التالية R على المجموعة



A كما يلي

الحل

1- R ليست انعكاسية
لأن 10 R 10

2- R تناظرية لأن 2 R 3 و 3 R 2

3- R متضادية لأنه من المخطط
aRb ∧ bRc ⇒ aRc

4- R تعالية

Farah Notebook

4

مثال: نعتبر
A = N ولتكن N مجموعة ثنائية R كما يلي
aRb ⟺ a ≤ b ، ارسم مخطط هذه العلاقة:

1- R انعكاسية؟

aRa ⟸ a ≤ a حيث a ∈ N ⟸ R انعكاسية ∀ a ∈ N

2- R تناظرية؟

aRb ⟸ a ≤ b
لكن ∀ b ≤ a ، a و b مرتبطة a بـ b
aRb غير صحيحة

مترجم فارسي

العلاقة غير تناظرية.
لأن 2 R 3 و 3 R 2

3- R متضادية؟

aRb ∧ bRc ⇒ a ≤ b ∧ b ≤ c نعم لأن
⇒ a ≤ c
⇒ aRc
a, b, c ∈ A لكل

4- R تعالية؟

Farah Notebook

5

(aRb ∧ bRa) ⇒
⇒ a ≤ b ∧ b ≤ a
⇒ a = b ⟸ حسب تعريف التقاطع

خلاصة:

انعكاسية: aRa
تناظرية: aRb ⇒ bRa
متضادية: aRb ∧ bRc ⇒ aRc
متعالية: aRb ∧ bRa ⇒ a = b

مثال: A = Z مجموعة الأعداد الصحيحة ولتكن العلاقة التالية
a R b ⟺ a | b
⇒ ∃ t ∈ Z ; b = ta

6

1- العلاقة تكيفية؟

∃ t = 1 ∈ Z ; a = 1a ⇒ aRa
aRa وبالتالي فهي تكيفية
أي أن العلاقة تكيفية

2- R تناظرية؟

aRb ⇒ ∃ t ∈ Z ; b = ta

a = t b
∉ Z

2 R 6 و 6 R 2 العلاقة ليست متناظرة لأن
6 = 3 × 2 ، 2 = ⅓ 6
∈ Z ∉ Z

3- R متضادية؟

R متضادية لأن
aRb ∧ bRc ⇒ ∃ t1, t2 ∈ Z ; b = at1 ، c = t2 b
نعوض
c = t1 (t2 t1 a)
∈ Z

∃ t1, t2 ∈ Z ; c = t1 t2 a
⇒ aRb

Farah Notebook

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

4- R تخالفية ؟

$a R b \wedge b R a \Rightarrow \exists t_1, t_2 \in Z \; , \; b = t_1 a \; , \; a = t_2 b$

$a = t_2 b = t_2 t_1 a \Rightarrow a = t_1 t_2 a$

وبالتالي $\boxed{t_1 t_2 = 1}$

$t_1 = t_2 = -1$ أو $t_1 = t_2 = 1$ إما

وبالتالي لا يمكن استنتاج a و b

العلاقة غير تخالفية

مثلية

$A = Z$

$a R b \Leftrightarrow \exists t \in Z \quad a - b = 2t$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner